

Modelagem de Ligas com Memória de Forma

Lucas Barros Gonçalves, lucasbgg@poli.ufrj.br

Marcelo A. Savi, savi@mecanica.ufrj.br

Sergio de Almeida Oliveira, amserol@yahoo.com.br

Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE – Engenharia Mecânica, Centro de Mecânica Não-linear
21.941.972 – Rio de Janeiro - RJ

RESUMO: Este trabalho apresenta uma discussão sobre a modelagem e simulação numérica do comportamento termomecânico de ligas com memória de forma. Para isso, considera-se o modelo constitutivo unidimensional proposto por Brinson (1993). Simulações numéricas são comparadas com testes experimentais pseudoelásticos obtidos por De Oliveira *et al.* (2012). O modelo captura o comportamento geral dos testes experimentais.

PALAVRAS-CHAVE: *Ligas com Memória de Forma, Pseudoelasticidade, Modelos Constitutivos.*

ABSTRACT: This article presents a discussion about modeling and simulation of the thermomechanical behavior of shape memory alloys. The one-dimensional constitutive model due to Brinson (1993) is employed for this aim. Numerical simulations are compared with pseudoelastic experimental tests obtained by De Oliveira *et al.* (2012). The general behavior of experimental tests is captured by the model.

KEYWORDS: *Shape Memory Alloys, Pseudoelastic, Constitutive Model.*

INTRODUÇÃO

As Ligas com Memória de Forma, do inglês *Shape Memory Alloys* (SMAs), pertencem a classe dos materiais inteligentes que apresentam um acoplamento entre grandezas mecânicas e não-mecânicas. Desta forma, campos mecânico, elétrico, magnético e térmico são acoplados, gerando uma capacidade incomum de responder a estímulos externos.

As SMAs possuem um grande interesse tecnológico por suas diversas potenciais aplicações decorrentes da capacidade de recuperar grandes deformações. As propriedades das SMAs estão associadas a transformações de fases sólidas. Basicamente existem duas fases possíveis: austenita e martensita. A primeira é estável em altas temperaturas em um estado livre de tensão, possuindo uma única variante. A segunda, por sua vez, é estável em baixas temperaturas em um estado livre de tensão, possuindo várias variantes. Uma transformação de fase pode ocorrer decorrente de um campo de temperatura ou de tensão.

Existem dois fenômenos principais associados às SMAs: efeito de memória de forma e efeito pseudoelástico. O efeito pseudoelástico está relacionado a uma amostra de SMA em alta temperatura, na fase austenítica. Quando submetida a um carregamento mecânico, a amostra apresenta uma transformação de fase para martensita não-maclada. A retirada do carregamento mecânico promove a transformação reversa onde a austenita é formada. Retirado o carregamento, a amostra não apresenta deformação residual. A Figura 1 mostra uma curva tensão-deformação típica da pseudoelasticidade.

O efeito de memória de forma está relacionado a uma amostra de SMA em fase martensítica, em baixa temperatura. Quando submetida a um carregamento mecânico, a amostra apresenta uma transformação de martensita maclada para martensita não-maclada. Com a retirada do carregamento mecânico a transformação reversa

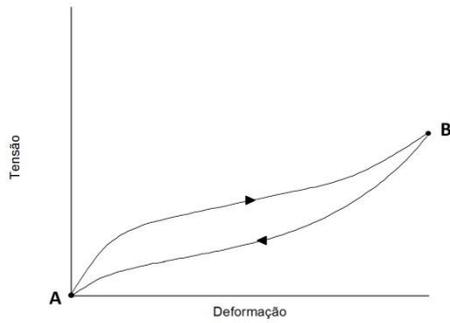


Figura 1. Efeito pseudoelástico.

não ocorre e a amostra apresenta uma deformação residual que pode ser recuperada com um aquecimento até uma alta temperatura promovendo a transformação para a fase austenítica.

O grande interesse tecnológico das SMAs motiva o desenvolvimento de modelos matemáticos que possam prever seu comportamento. Lagoudas (2008) e Paiva & Savi (2006) fazem uma revisão geral sobre os principais modelos constitutivos utilizados na literatura.

Este trabalho tem como objetivo apresentar simulações numéricas obtidas através do modelo constitutivo proposto por Brinson (1993). Testes experimentais obtidos por De Oliveira *et al.* (2012) são utilizados para mostrar a capacidade do modelo de descrever o comportamento pseudoelástico.

ANÁLISE EXPERIMENTAL

Os resultados experimentais utilizados neste trabalho são apresentados em De Oliveira *et al.* (2012). Os testes são realizados em fios ortodônticos superelásticos de Ni-Ti (Dental Morelli) com 0,50 mm de diâmetro. No artigo original, os fios são submetidos a carregamentos axiais cíclicos com a utilização de uma máquina de ensaios eletrodinâmica Instron E10000. A Figura 2 mostra a curva tensão-deformação para o ensaio realizado na frequência de 0,5 Hz.

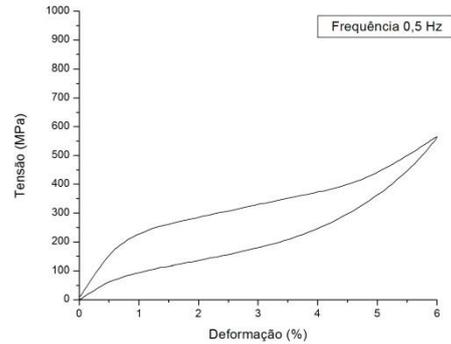


Figura 2. Curva tensão-deformação experimental.

MODELO CONSTITUTIVO

O modelo constitutivo proposto por Brinson (1993) tem como característica essencial definir a cinética da transformação de fase através de uma função conhecida que define a evolução da fração volumétrica da fase martensítica, ζ , variando de 0 a 1. Essa fração é dividida em duas variáveis.

$$\beta = \beta_T + \beta_S \quad (1)$$

onde β_S representa a parcela induzida por tensão e β_T a parcela induzida por temperatura. Além disso, E é o módulo elástico.

Em um estado livre de tensão, a SMA tem quatro temperaturas de transição: M_s , M_f , A_s , A_f . Essas são chamadas respectivamente: início e fim da transformação de fase austenítica e martensítica. A aplicação de uma carga mecânica altera essas temperaturas. Desta forma, existem quatro tensões críticas de transformação que aumentam com o aumento da temperatura, onde os valores C_A e C_M , são usados para estabelecer a relação entre a tensão crítica e a temperatura. Para que para $T < M_s$, as tensões críticas de transformação martensítica são consideradas fixas e iguais à σ_s^{CR} e σ_f^{CR} .

A relação constitutiva é expressa da seguinte forma,

$$\dot{\sigma} = E \dot{\epsilon} - \alpha \dot{\beta} - \Omega \dot{T} \quad (2)$$

onde

$$E = E_A + \beta(E_A - E_M) \quad (3)$$

$$\alpha = \varepsilon_L E \quad (4)$$

A variável ε_L representa a deformação residual máxima, α o coeficiente térmico de expansão, Ω o coeficiente de transformação de fase, σ a tensão aplicada e ε a deformação gerada. Note que o módulo elástico é dado por uma combinação linear dos módulos elásticos para a austenita E_A e para a martensita E_M

A evolução da transformação martensítica, para $\sigma_s^{CR} + C_M(T - M_S) < \sigma < \sigma_f^{CR} + C_M(T - M_S)$ e $T > M_S$, é dada por:

$$\beta_s = \frac{1-\beta_{s_0}}{2} \cos \left\{ \frac{\pi}{\sigma_s^{CR}-\sigma_f^{CR}} [\sigma - \sigma_f^{CR} - C_M(T - M_S)] \right\} + \frac{1-\beta_{s_0}}{2} \quad (5)$$

$$\beta_T = \beta_{T_0} - \frac{\beta_{T_0}}{1-\beta_{s_0}} (\beta_s - \beta_{s_0}) \quad (6)$$

Para $\sigma_s^{CR} < \sigma < \sigma_f^{CR}$ e $T < M_S$, a transformação martensítica é dada por:

$$\beta_s = \frac{1-\beta_{s_0}}{2} \cos \left[\frac{\pi}{\sigma_s^{CR}-\sigma_f^{CR}} (\sigma - \sigma_f^{CR}) \right] + \frac{1-\beta_{s_0}}{2} \quad (7)$$

$$\beta_T = \beta_{T_0} - \frac{\beta_{T_0}}{1-\beta_{s_0}} (\beta_s - \beta_{s_0}) + \Delta_T \quad (8)$$

Se $M_f < T < M_S$ e $T < T_0$, então:

$$\Delta_T = \frac{1-\beta_{T_0}}{2} \{ \cos[a_M(T - M_f)] + 1 \} \quad (9)$$

No mais, $\Delta_T = 0$.

A transformação reversa, de martensita para austenita, para $C_A(T - A_f) < \sigma < C_A(T - A_s)$ e $T > A_s$ é definida por:

$$\beta_s = \frac{\beta_{s_0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (10)$$

$$\beta_T = \frac{\beta_{T_0}}{2} \left\{ \cos \left[a_A \left(T - A_s - \frac{\sigma}{C_A} \right) \right] + 1 \right\} \quad (11)$$

onde a_A e a_M são coeficientes dados por:

$$a_M = \frac{2 \ln(10)}{M_s - M_f} \quad \text{e} \quad a_A = \frac{2 \ln(10)}{A_s - A_f} \quad (12)$$

A Tabela 1 apresenta os parâmetros do modelo utilizados nas simulações.

Tabela 1. Parâmetros do modelo.

C_A	8,3Mpa/°C	M_s	15°C
C_M	7,27Mpa/°C	M_f	2°C
σ_s^{CR}	100Mpa	A_s	9°C
σ_f^{CR}	430Mpa	A_f	21°C
Ω	0,74Mpa/°C	T_0	25°C
ε_L	3,7%	E_A	$31,18 \times 10^3$ MPa
		E_M	$25,12 \times 10^3$ MPa

A Figura 3 apresenta o resultado da simulação numérica, comparando com o resultado experimental. Inicialmente, a amostra encontra-se a uma temperatura $T > A_f$ e em um estado livre de tensão e, portanto, está totalmente na fase austenítica. Com o início do carregamento mecânico, a curva tensão-deformação apresenta um comportamento linear e a inclinação define o módulo elástico, E_A . A evolução é linear até atingir uma tensão crítica onde se inicia a transformação de fase de austenita para martensita. Terminada a transformação, a amostra volta a responder de forma linear, na fase martensítica, com uma inclinação que define o módulo elástico da martensita, E_M . O descarregamento da tensão ocorre de forma linear até atingir uma nova tensão crítica que define a transformação reversa, de martensita para austenita. Terminada a transformação a amostra volta a responder de forma linear até o descarregamento total.

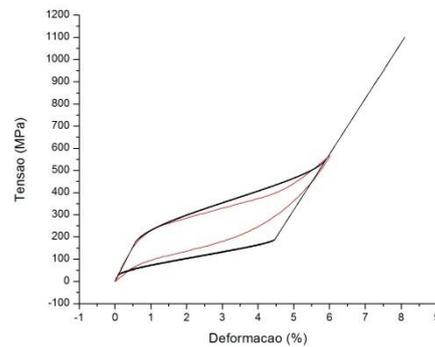


Figura 3. Simulação numérica (preto) e resultado experimental (vermelho).

CONCLUSÃO

Este trabalho apresenta um modelo constitutivo capaz de simular o efeito pseudoelástico. As simulações numéricas são comparadas com

dados experimentais, mostrando uma boa concordância.

REFERÊNCIAS

- Brinson, L.C., 1993, “One-Dimensional Constitutive Behavior of Shape Memory Alloys: Thermomechanical Derivation with Non-Constant Material Functions and Redefined Martensite Internal Variable”, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (1993), no. 4, pp. 229-242.
- De Oliveira, H.M.R., Grassi, E.N.D. e De Araújo, C.J., 2012, “Caracterização Dinâmica da Resposta Superelástica de Fios de Liga com Memória De Forma”, Trabalho publicado nos anais do VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica - CONEM 2012, São Luís – MA, Brasil.
- Lagoudas, D.C., 2008, “Shape Memory Alloys - Modeling and Engineering Applications”, Department of Aerospace Engineering, Texas A&M University, Springer Science Business Media, LLC.
- Oliveira, S.A. e Savi, M.A., 2013, “Os Materiais Inteligentes e suas Aplicações”, *Revista Marítima Brasileira*, v.133, nº10/12–out./dez. 2013, pp. 39-56.
- Paiva, A. & Savi, M. A., 2006, “An Overview of Constitutive Models for Shape Memory Alloys”, *Mathematical Problems in Engineering*, Article ID56876, v. 2006,pp. 1-30.

Declaração de Responsabilidade

Os autores são os únicos responsáveis pelo material impresso incluído neste trabalho.